

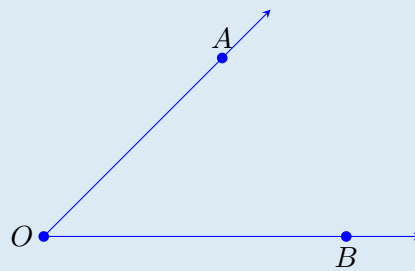
ESFERA

ONDE O CONHECIMENTO ENCONTRA O SUCESSO

Ângulos

Definição

Ângulo é a união de duas semirretas de mesma origem, não contidas numa mesma reta (não colineares).



$$A\hat{O}B = \overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB}$$

O ponto O é vértice do ângulo.

As semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} são os lados do ângulo.

Medida e unidades

A medida de um ângulo $A\hat{O}B$ é indicada por $m(A\hat{O}B)$. Usamos o **grau** ($^\circ$) para medir ângulos.

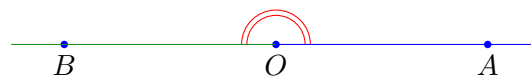
Submúltiplos do grau:

- $1' = \frac{1^\circ}{60}$ (ângulo de um minuto)
- $1'' = \frac{1'}{60}$ (ângulo de um segundo)

Ângulo nulo e ângulo raso

Ângulo nulo: lados são semirretas coincidentes. $m(A\hat{O}B) = 0^\circ$.

Ângulo raso: lados são semirretas opostas. $m(A\hat{O}B) = 180^\circ$.



$$A\hat{O}B \text{ é um ângulo raso } m(A\hat{O}B) = 180^\circ$$

Se α é a medida de um ângulo: $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

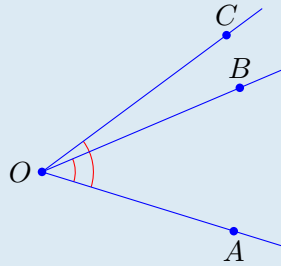
Ângulos congruentes

Dois ângulos são congruentes se, e somente se, possuem a mesma “abertura”.

$$\hat{A}BC \equiv \hat{D}EF \Leftrightarrow m(\hat{A}BC) = m(\hat{D}EF)$$

Ângulos consecutivos

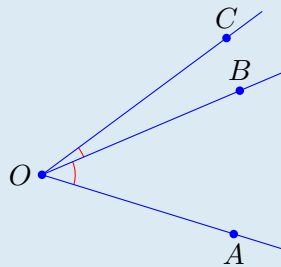
Dois ângulos são consecutivos se, e somente se, um lado de um deles coincide com um lado do outro.



$\hat{A}OB$ e $\hat{A}OC$ são consecutivos (\overrightarrow{OA} é o lado comum)

Ângulos adjacentes

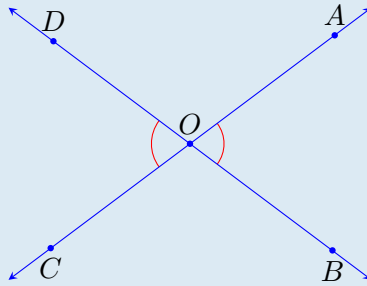
Dois ângulos consecutivos são adjacentes se, e somente se, não têm pontos internos comuns.



$\hat{C}OB$ e $\hat{B}OA$ são adjacentes

Ângulos opostos pelo vértice

Dois ângulos são opostos pelo vértice se, e somente se, os lados de um deles são as respectivas semirretas opostas aos lados do outro. **Ângulos opostos pelo vértice são congruentes.**



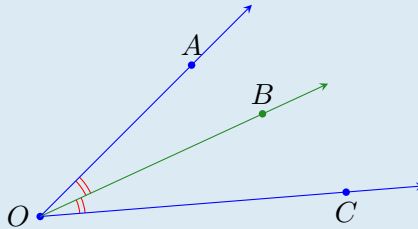
\overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OC} são semirretas opostas

\overrightarrow{OB} e \overrightarrow{OD} são semirretas opostas

$A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ são opostos pelo vértice $m(A\hat{O}B) = m(C\hat{O}D)$

Bissetriz de um ângulo

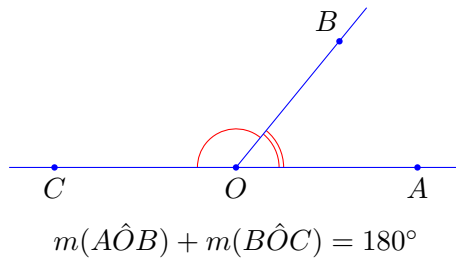
A bissetriz de um ângulo é uma semirreta interna ao ângulo, com origem no vértice, que o divide em dois ângulos congruentes.



\overrightarrow{OB} é bissetriz do ângulo $A\hat{O}C$ $m(A\hat{O}B) = m(B\hat{O}C)$

Ângulo suplementar adjacente

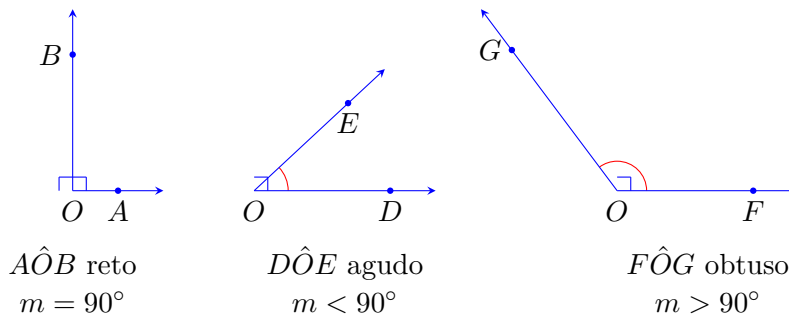
Dado o ângulo $A\hat{O}B$, a semirreta \overrightarrow{OC} oposta à \overrightarrow{OA} e a semirreta \overrightarrow{OB} determinam o **ângulo suplementar adjacente** $B\hat{O}C$.



Dois ângulos são **suplementares** se, e somente se, a soma de suas medidas é 180° .

Ângulos: reto, agudo e obtuso

- **Ângulo reto:** congruente a seu suplementar adjacente. $m = 90^\circ$.
- **Ângulo agudo:** menor que um ângulo reto. $m < 90^\circ$.
- **Ângulo obtuso:** maior que um ângulo reto. $m > 90^\circ$.



Dois ângulos são **complementares** se, e somente se, a soma de suas medidas é 90° .